



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Stoftransport og vandkvalitet

Larsen, Torben

Publication date:
1988

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Larsen, T. (1988). *Stoftransport og vandkvalitet*. Aalborg Universitetscenter, Inst. for Vand, Jord og Miljøteknik, Laboratoriet for Hydraulik og Havnebygning.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Michael Brøgger

Torben Larsen

STOFTRANSPORT OG VANDKVALITET

Marts 1988

AALBORG UNIVERSITETSCENTER
LABORATORIET FOR HYDRAULIK OG HAVNEBYGNING
SOHNGARDSHOLMSVEJ 57 DK-9000 AALBORG DANMARK

Indlæg ved
Vandbygningsteknisk Selskabs
Seminar om Danske Vandløb
Ebeltoft den 23. november 1987

Torben Larsen

STOFTRANSPORT OG VANDKVALITET

Marts 1988

INDHOLDSFORTEGNELSE

	side
Introduktion	2
Skråvad bæk undersøgelsen	2
Formålet med anvendelse af numeriske vandløbsmodeller	5
Massebalance-kernen i vandkvalitetsmodeller	6
Numeriske løsninger	8
Numeriske fejl	9
Kobling af processer	11
Eksempel på anvendelse af en hydraulisk model koblet med en stofmodel	13
Afslutning	16
Referencer	16

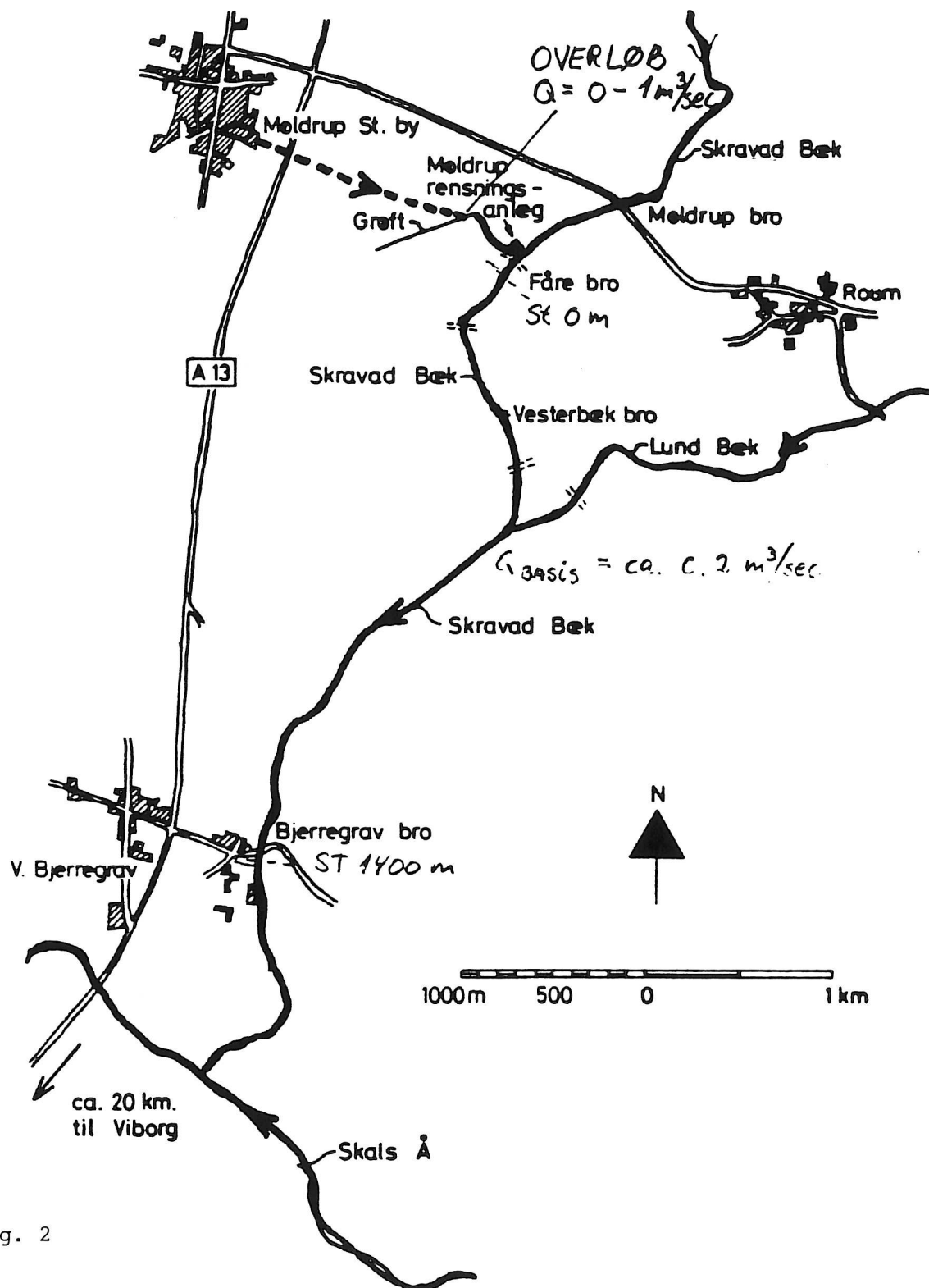


Fig. 2

Undersøgelseslokaliteten ses på fig. 1 og på fig. 2 ses det interessante resultat af målinger foretaget under en aflastning fra overløbsbygværket. Der er to ting, man skal lægge mærke til. For det første, vandføringsbølgen bevæger sig hurtigere end stofbølgen. Dernæst, at stofkoncentrationerne udviser væsentligt større gradienter (både i tid og sted) end vandføringsbølgen. Betydningen af disse to forhold for den numeriske modellering skal omtales nærmere senere.

Fig. 3 viser en "syntetisk" aflastning, idet man på Møldrup renseanlæg havde en opmagasineringsmulighed i et ubenyttet bassin på ca. 400 m³. Fra dette bassin udledte man ca. 400 m³ vand til bækken i løbet af ca. 30 min. Vandet i bassinet var tilsat det flouorerende sporstof Rodamin B, således at stofkoncentrationen kunne måles. Figuren viser målte værdier af vandføring og stofkoncentration, samt beregnede værdier fra en numerisk model, hvor vandføringsmodel og stofmodel var koblet sammen. Dette blev udført i 1979-80 og var det første alvorlige forsøg på numerisk modellering af vandløb på AUC.

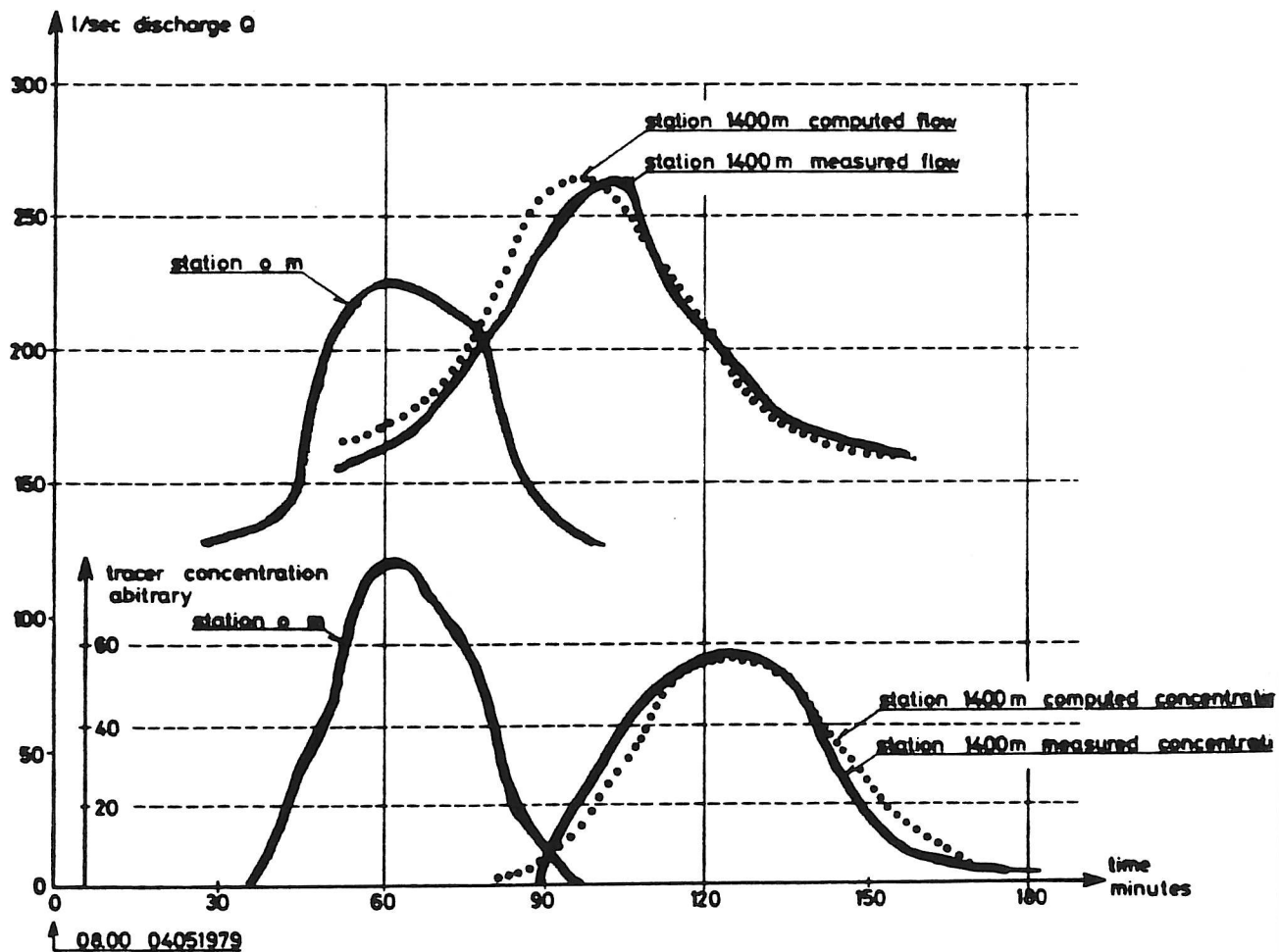


Fig. 3

Formålet med anvendelse af numeriske vandløbsmodeller

Baggrunden for at beskæftige sig med numeriske vandløbsmodeller er den stærkt øgede interesse for at forbedre forholdene i vore vandløb. Dette er bl.a. kommet til udtryk i den nye vandløbslov af 1983, som sagt i korthed lægger op til at de miljømæssige forhold skal tilgodeses i langt højere grad end tidligere. Dette indebærer, at man nu må foretage komplekse konsekvensvurderinger hver gang indgreb af den ene eller anden art er under overvejelse. Til sådanne konsekvensvurderinger vil numeriske vandkvalitetsmodeller være et vigtigt værktøj.

FYSISK VANDKVALITET

Efter at man i de sidste årtier har fået fjernet de direkte spildevandsudledninger til vandløbene, er vandløbenes fysiske tilstand et af de vigtigste miljøproblemer. Nøgleproblemet er den manglende variabilitet, som er en konsekvens af de mange vandløbsreguleringer de sidste århundreder. Den manglende fysiske variation har ført til markant manglende biologisk variation.

Nye vandløbsregulativer, som tillader større fysiske variationer - etablering af gydebanks og fiskeskjul, kræver alle en nøje dokumentation inden de kan etableres. Hertil kræves nøjagtige hydrauliske beregninger, som bedst vil kunne udføres med numeriske modeller.

KEMISK/BIOLOGISK VANDKVALITET

Det ligger i sagens natur, at konsekvensberegninger af kemiske og biologiske forhold i vandløb er behæftet med større eller mindre usikkerhed, men fremtiden vil stille stadig større krav til sådanne beregninger, og der må forventes en meget kraftig udvikling inden for dette område. Nedenstående er givet nogle få eksempler på, hvad man på AUC har været involveret i i denne forbindelse.

Modeltype	Effekt	Årsag
Ilt	Fiskedød	Overløbsbygværker Overfladestrømning
Næringssalt N og P	Eutrofiering af hav og søer	Udledning af byspildevand, udsivning fra landbruget
E.colibakterier	Badevandsforurening ved åudløb	Overløbsbygværker m.v.
Ilt/temperatur/ ørred	Nedsat vækst af ørredpopulation	Organisk stof og nedsat beskygning

Tabel 1

Massebalance-kernen i vandkvalitetsmodeller

En vandkvalitetsmodel er en matematisk beskrivelse af et sæt koblede massebalancer for en række stoffer, som er nødvendige for at beskrive de aktuelle sammenhænge.

Hvis man f.eks. ønsker at opstille en simpel iltmodel for et vandløb, skal man gøre rede for følgende massebalancer (som også kaldes tilstandsvariable)

1. Opløst ilt
2. Opløst organisk stof
3. Sedimenteret/adsorberet organisk stof på bund.

Hertil kommer de "fysiske massebalancer" for

4. Impuls (impulsligningen)
5. Volumen (kontinuitetsligningen)

Ovennævnte 3 massebalancer er sammenkoblede, idet stof fra hver af disse kan overføres til de øvrige.

Matematisk set formuleres disse massebalancer, som den såkaldte transport/diffusionsligning for hver tilstandsvariabel:

$$\begin{aligned} & (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \\ & \frac{\partial A c_i}{\partial t} + \frac{\partial Q c_i}{\partial x} = K \frac{\partial^2 A c_i}{\partial x^2} + \text{Proces}_i(c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n) \\ & i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

hvor

- A vandløbets tværsnitsareal
- Q vandføringen
- K disoersionskoefficienten
- c_i koncentrationen af den i-ende tilstandsvariabel

De fire led i ligningen repræsenterer:

1. Ændring af "delboksens" koncentration
2. Den konvektive transport
3. Den diffusive transport
4. Kilde/dræn af stof fra de øvrige massebalancer.

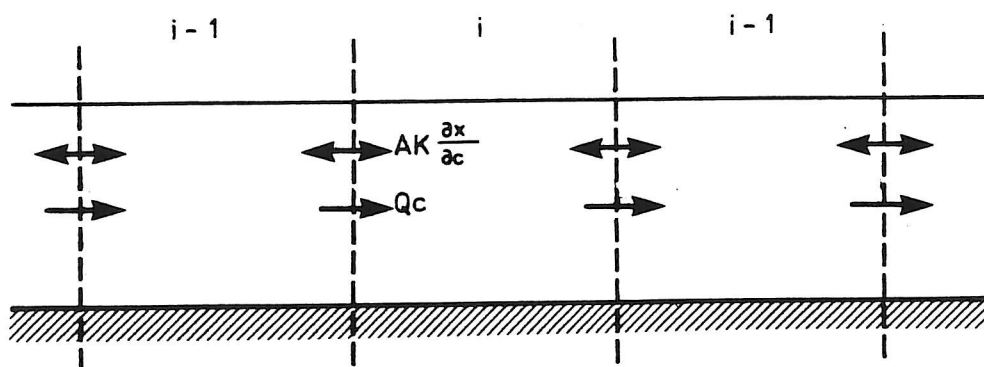


Fig. 4: Massebalancer for "delboks"

Det er karakteristisk for vandløb, at de største ændringer i koncentrationerne, som observeres, ofte skyldes den fysiske transport og spredning. Det er derfor særligt nødvendigt at sikre, at netop disse forhold bliver modelleret korrekt i den numeriske model. Især er den konvektive transport vigtig at få beskrevet korrekt.

Numeriske løsninger

De før nævnte koblede differentiaalligninger kan kun løses numerisk med anvendelse af edb. For at illustrere de grundlæggende problemstillinger, vil vi her forsimple beskrivelsen til kun at omfatte beregningen af koncentrationen af et enkelt konservativt stof i en stationær strømning.

Ligningen herfor er følgende:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = K \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

Denne ligning skal nu omskrives til en differensligning. Et simpelt eksempel herpå er følgende:

$$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} + U_j \frac{c_{j+1}^n - c_{j-1}^n}{\Delta x} = K_j \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

Betydningen af de indgående indeks fremgår af følgende figur, som er et såkaldt x-t-diagram.

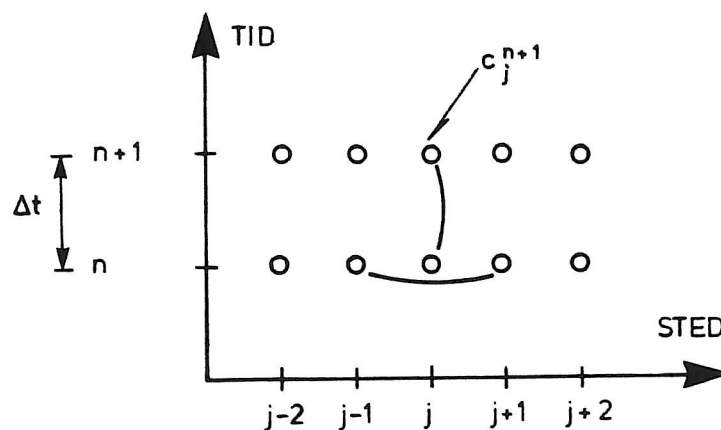


Fig. 5

Den her angivne metode er en såkaldt eksplicit metode, hvor den ukendte koncentration på det nye tidskridt kan beregnes direkte ud fra kendte værdier.

I praksis anvendes dog stort set altid implicitte metoder, hvor man i hver differensligning medtager flere ubekendte på det nye tidsskridt, som det ses på fig. 6.

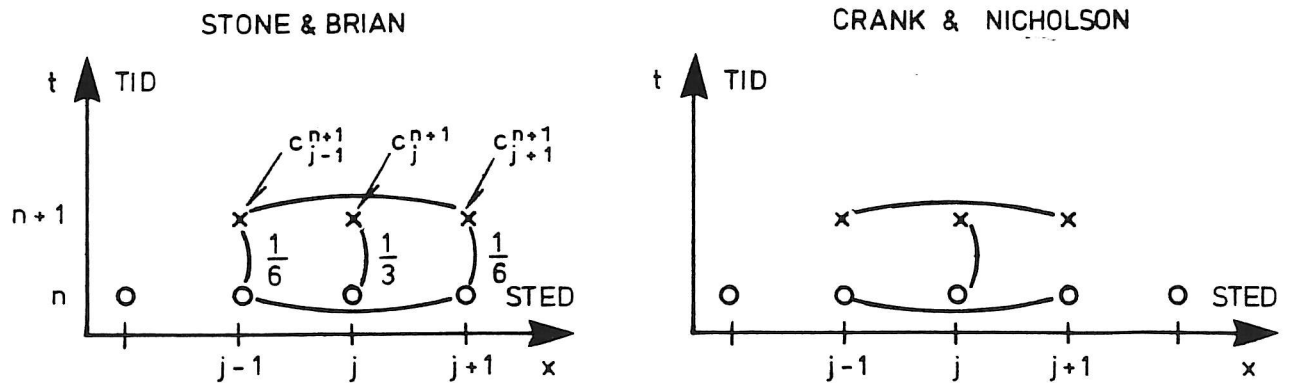


Fig. 6

Disse metoder indebærer, at der for hvert tidsskridt må løses et antal ligninger med et antal ubekendte, som svarer til antallet af delstrækninger i vandløbet.

Numeriske fejl

Numeriske løsninger til differentiaalligninger indebærer altid, at der opstår fejl i større eller mindre grad. Fra fysiske modelforsøg er det velkendt, at nedskaleringen af de fysiske fænomener giver anledning til fejl, som tilstræbes holdt på så lavt et niveau som muligt. Dette gælder helt tilsvarende for de numeriske modeller. For de fysiske modeller gælder, at modellovene skal være tilfredsstillende opfyldt, hvilket kommer til udtryk ved, at bestemte dimensionsløse parametre, f.eks. Reynolds tal og Froudes tal, skal opfylde forskellige betingelser. Tilsvarende kan man for de numeriske modeller opstille dimensionsløse tal, som karakteriserer den pågældende numeriske model. Man skal her begrænse sig til kun at omtale to tal:

$$C_{kon} = \frac{U}{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)}$$

det konvektive Courant tal

$$C_{dis} = \frac{K}{\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta t}\right)}$$

det dispersive Courant tal

Man kan nu vise, at stabilitet og numeriske fejl ofte kan bestemmes som funktion af disse to parametre. Man kan fx for det simple differenssskema, figur 5, vise, at den "numeriske dispersion", K_N dvs. den fejl, som giver sig udtryk ved, at dispersion bliver anderledes end svarende til den indsatte værdi for dispersionskoefficienten K , kan bestemmes til

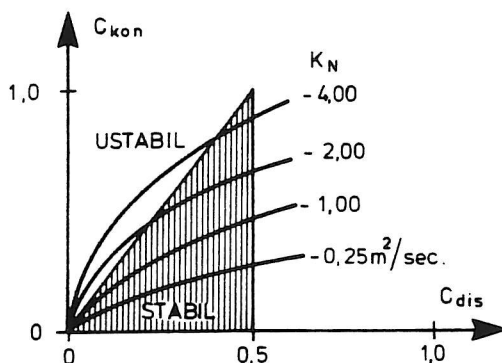


Fig. 7. Numerisk dispersion når $a = 0,5$ m/s og $K = 5$ m²/s.

Problemstillingen omkring de numeriske fejl kan illustreres ved følgende figurer i x-t-planen.

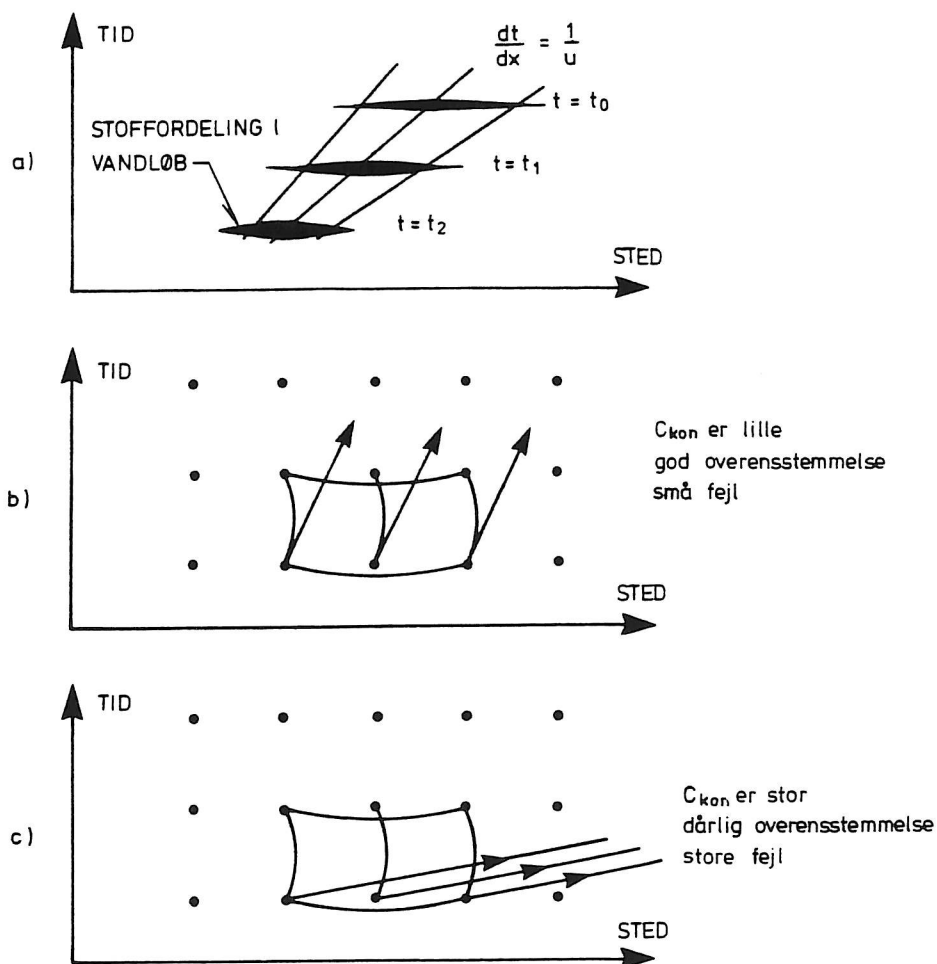


Fig. 8: a) fysisk beskrivelse b) numerisk model med lille Couranttal
c) numerisk model med stort Couranttal.

Kobling af processer

Vi har i det foregående set, at kvaliteten af en numerisk model, d.v.s. den evne til at holde de numeriske fejl, så små som muligt, er stærkt afhængig af valg af ΔX og Δt og at denne "kvalitet" bl.a. kan udtrykkes ved Couranttallet

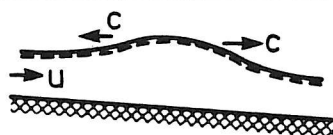
$$C_{kon} = \frac{u}{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)}$$

Dette Couranttal kan opfattes som forholdet mellem den fysiske transport-hastighed og en teoretisk forplantningshastighed i beregningsnettet.

Det spændende ved kobling af hydraulik, stoftransport, vandkvalitet og evt. sedimenttransport er, at man herved skal forsøge at modellere processer (herunder også de hydrauliske), som har vidt forskellig transport-hastighed.

På omstående figur er vist nogle karakteristiske hastigheder for de fænomener, som foregår i vore vandløb.

1. DYNAMIC WAVE CELERITY



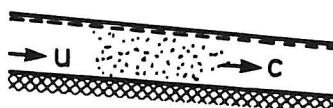
$$c = \pm \sqrt{g \cdot h} \sim 3 \text{ m/sec}$$

2. KINEMATIC WAVE CELERITY



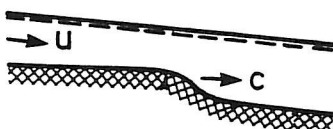
$$c = \frac{dQ}{dA} = 1.5 \cdot u \sim 0.5 \text{ m/sec}$$

3. POLLUTION PLUG CELERITY



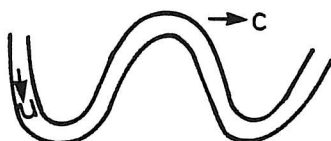
$$c = u \sim 0.3 \text{ m/sec}$$

4. SAND WAVE CELERITY



$$c \sim 1 \text{ m/day}$$

5. MEANDER WAVE CELERITY



$$c \sim 1 \text{ m/year}$$

Fig. 9.

Konsekvensen af disse uens transporthastigheder er derfor, at de forskellige processer vil blive beregnet i den numeriske model med stærkt forskellig numerisk fejl. Kunsten består herefter i, at man ved passende kompromisser skaber en koblet beregningsmodel, hvor de numeriske fejl ligger på et acceptabelt lavt niveau for alle de indgående massebalancer.

Eksempel på anvendelse af en hydraulisk model koblet med en stofmodel

Til afslutning skal man vise et simpelt eksempel, hvor man ved anvendelse af en numerisk model kan beregne fortyndinger af f.eks. spildevand udledt fra et overløbsbygværk til et vandløb.

På figuren er vist hydrografen for sidetilløbet og det er forudsat, at iltkoncentrationen er nul i det udledte vand. Man ønsker nu at bestemme iltkoncentrationen i vandløbet i blandingen af spildevand og vandløbets vand.

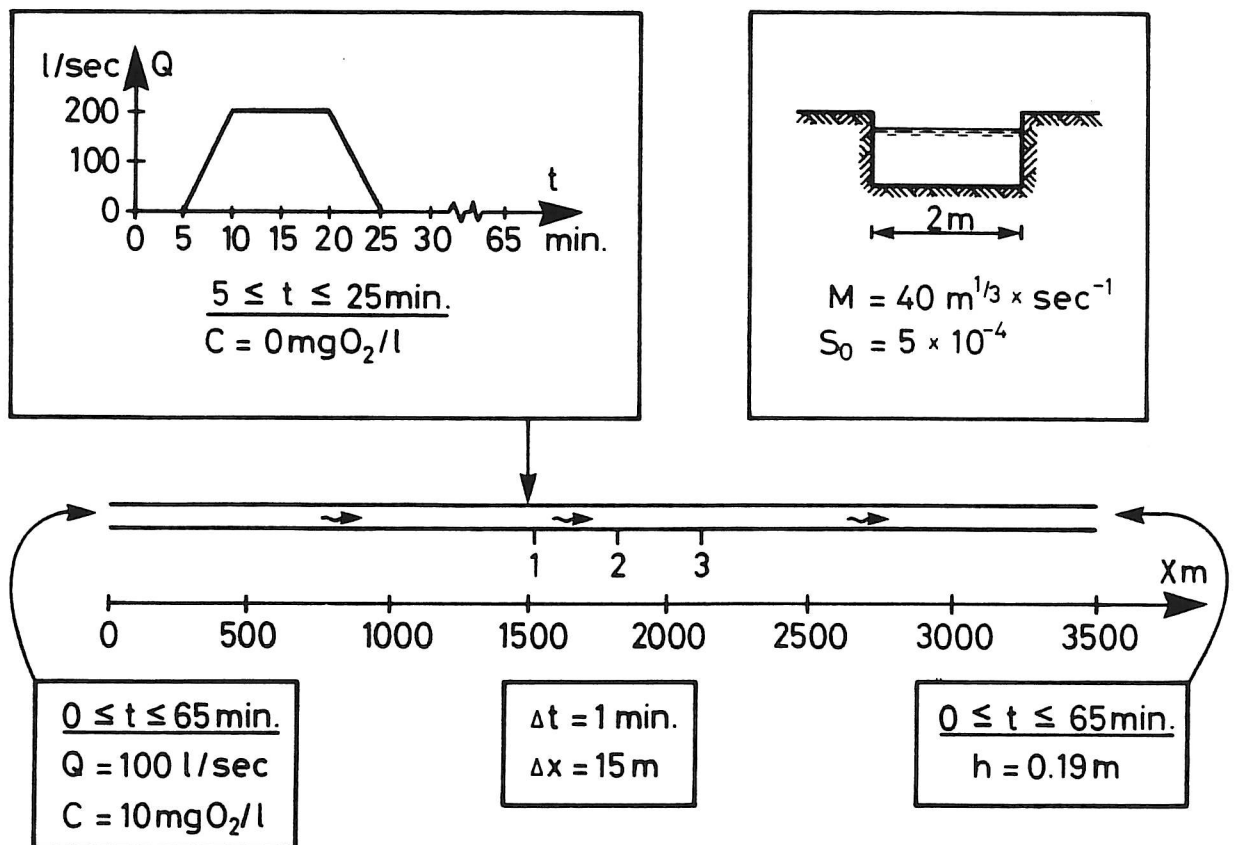


Fig. nr. 10.

Hvis man først antog, at udledningen ikke greb ind i strømhastighederne i vandløbet, kunne man simpelt beregne flow og koncentration i vandløbet ud fra en "steady state" betragtning. Denne er skematisk vist på fig. 11.

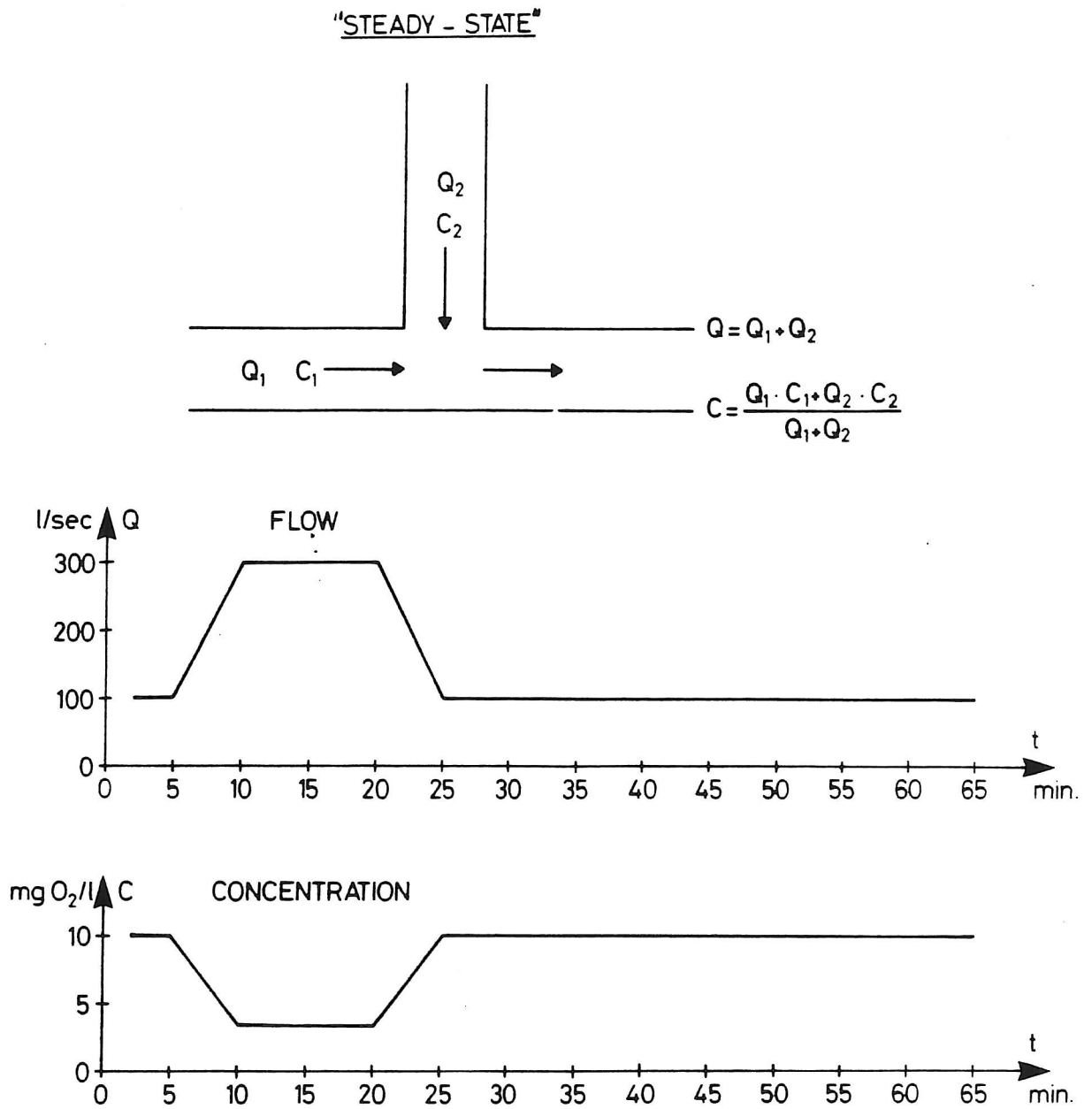


Fig. 11. "Steady state" beregning.

Hvis man nu i stedet anvender en korrekt hydraulisk model (fuld dynamisk bølge) koblet med en stofmodel, opstår der et mere nuanceret billede.

Dette fremgår af fig. 12 og 13, hvor man ser situationen umiddelbart nedstrøms for sidetilløbet. Man ser her, at flowet bliver mindre end, hvad den simple antagelse gav og hvad mere interessant er, at iltkoncentrationen viser sig at blive væsentligt lavere ved den korrekte beregning.

Årsagen hertil er primært, at udledningen er så stor at der skabes en opstuvning opstrøms herfor, som reducerer vandløbets vandføring til tværsnittet under opbygningen af opstuvningen.

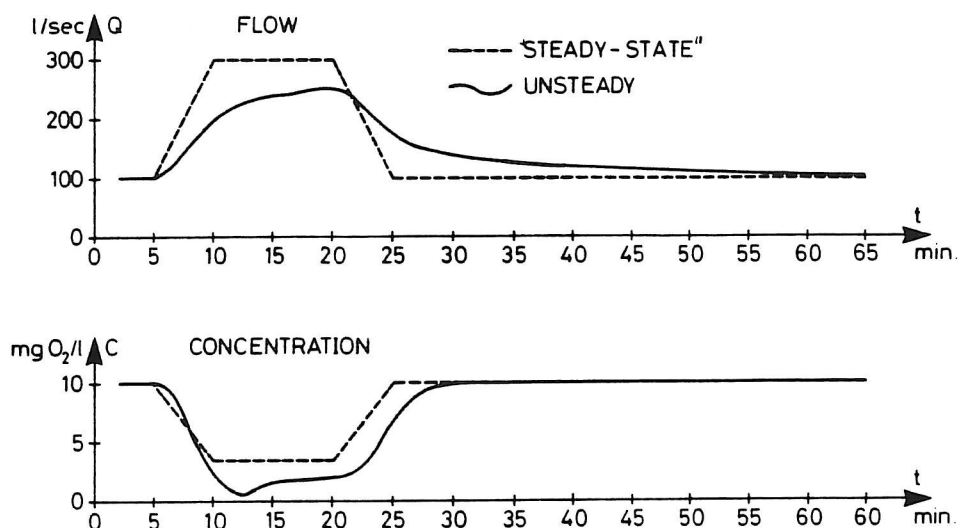


Fig. 12. Sammenligning med "steady state" beregning og dynamisk beregning.

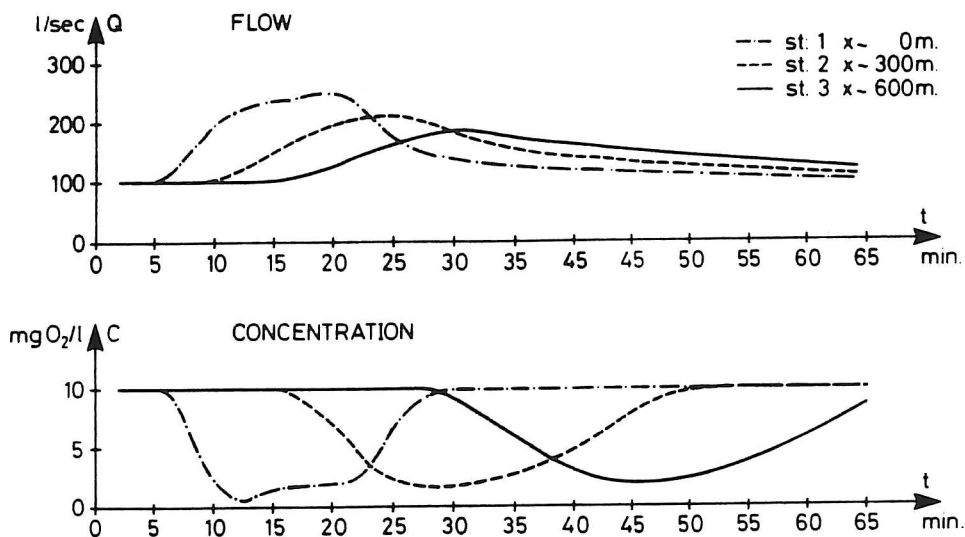


Fig. 13. Tidsplot af flow og iltkoncentrationer nedstrøms overløbsbygværk.

Afslutning

Dette indlæg skal, som omtalt i indledningen, ikke betragtes som en tilbundsgående omtale af numeriske modeller for stoftransport og vandkvalitet for vandløb. Men det er håbet, at man har fået et indtryk af de problemfelter, som er aktuelle i forbindelse med numeriske modeller for stoftransport og vandkvalitet.

Referencer:

- (1) Miljøstyrelsen, (1981): "Vandløbs reaktion på regnvandsafledning fra fælleskloakerede byområder". Miljøprojekt nr. 36 udført af Instituttet for Vand, Jord og Miljøteknik, Aalborg Universitetscenter.
- (2) Vestergaard, K., Larsen, Torben (1987): "Storm Sewer Dilution in Smaller Stream".